

割合の意味理解を深める指導の一考察

連続量の効果と「和や差」と「割合」の比較の系統的指導を通して

札幌市立北九条小学校 田中 尚宏

1. 問題と目的

1. 「割合」単元における指導の困難性

割合は、日常生活において身近に使われており、有益な概念の一つである。その一方で小学校算数において難教材の一つとも言われている。

様々な文献で「割合」単元の指導の困難性が指摘されている。

中村(2002)は、「割合」における指導の困難性の要因として以下の3つの点を挙げている。

1 点目は、割合は二量の関係を表すため、数の相対的な見方が必要になること。「もとにする」という考え方とともに、どちらの数をもとにするかによって相対的な関係を数値化した結果が異なることに難しさの要因がある。

2 点目は、割合が二量の結果を表すとき、様々な表し方があること。同じ数量関係を表しているが、表現が異なるため、表している結果も違って考えてしまう。

3 点目は、「割合」は、百分率だけでなく、乗除の意味づけや、速さなど異種の量を数値化するさいにも用いられていること。現在の学習指導要領は、割合についての指導内容や指導系統を明確に示していない。

中村が指摘するように二量の関係性(「基準量」と「比較量」)を適切に見出し、その関係性を比の三用法と関連付けて考えることの困難性が指導上あるといえる。

2. 平成20～22年度全国学力・学習状況調査の結果

次に、平成20～22年度全国学力・学習状況調査のA問題の結果から、「割合」単元における指導の困難性を明確にしていく。明らかに二量の関係、つまり「基準量」と「比較量」を適切に把握できずに誤答に陥っている児童が多いことがわかる。

平成20年度～22年度全国学力・学習状況調査A問題「割合」設問

問題番号	問題の概要
H20A9(2)	620冊の本の40%の冊数を求める式と答えを書く
H21A7	200人のうち80人が女子のとき、女子の人数の割合は全体の何%かを選ぶ
H22A9(1)	じゃがいも畑の面積40㎡が、学校の畑の面積の50㎡のどれだけの割合にあたるかを書く

それぞれ「割合」単元からの出題である。各年度の正答率は、55.1%、57.1%、57.8%である。

正答率から分析してみると、平成22年度全国学力・学習状況調査のA問題の平均正答率74.4%、平成21年度は78.8%、平成20年度は72.3%となっている。いずれも70%を超える正答率の中で、「割合」単元の設問は、過去3年間60%を下回る結果となっており、知識の定着が低い。

また、各年度の設問から分析してみると、平成22年度においては、誤答解答類型の中の多くを占めているのが、割合を求めるために必要な二量の関係に着目できていないことが挙げられている。過去の学力調査においても同様の結果となっており、基準量と比較量の二量の見出し、割合と関連付けて立式することの困難さを示す結果となっている。

その困難性を解決する手立てとして、以下のような仮説を設定した。

「和や差」と「割合」の比較・検討場面を系統的に位置付けて指導することによって、割合の意味理解を深めることができると考える。また、同種の二量の割合の導入では、「連続量」を扱うことでさらに割合の意味理解を深めることができると考える。

そこで、本研究では、まず、『第43回北海道算数数学教育会小学校部会札幌支部研究大会』の「百分率とグラフ」の実践をもとに、割合の意味理解を深めるために連続量を導入教材とすることの有効性について、検証することを目的とする。

1. 連続量による導入の効果

「問題と目的」での分析をもとに、「割合」単元の指導の困難性として二量の関係を児童が捉えることの難しさを挙げるができる。例えば、全体量と部分量が何かを児童自身が捉え、比の三用法を用いることや二量の関係を適切に数直線などに書き表すことなどが挙げられる。

そこで、導入材に着目し、二量の関係を捉え、割合概念の意味理解を深める実践の構築を目指した。

教科書会社は以下のような導入材を採用している。(表1)

(表1)各教科書会社「割合」単元導入材一覧

東京書籍	シュートの成功率
教育出版	輪投げゲームの結果比較
啓林館	定員と希望者数の比較
学校図書	シュートの記録
日本文理出版	シュートの記録
大日本出版	チームの全試合と勝数

以上が示すように、6社すべての教科書が、「分離量」での導入を図っている。また、その「分離量」での導入の意図について学校図書では以下のように述べている。

割合単元における導入材選びの視点
児童が全体の量を捉えやすいこと。

比べることに必要性を感じること。

分離量は全体の数が決まっているためもとにする量が捉えやすい。

比べる必要性がある問いを生みやすい。

割合の指導において全体と部分の関係性の捉え

やすいことと問題の設定として児童の必要感のある問いを生みやすいことが分離量での導入の有効性であると指摘している。

一方で先行研究の中には、大野(2010)は、「連続量」での実践の有効性について述べている。連続量での導入の有効性は、「和や差の比較」と「二量の関係の比較」方法を対峙的に授業場面で生むことができること、割合の概念の表出が期待できることを挙げている。割合の概念の表出とは、連続量のチョコ棒を題材とすることで全体の長さと同じ長さのチョコの関係性を児童らしい言葉で表現することを指している。

以上の指摘を踏まえ、以下の表に「分離量」と「連続量」の有効性について整理した。

(表2)連続量と分離量の有効性の比較(田中作成)

	連続量	分離量
長所	<ul style="list-style-type: none"> 常に二量の関係が見える。 倍概念による比較の考えを生みやすい。 素朴な割合概念の表出が期待できる。 <u>児童が全体量を自由に選択することができる。</u> 	<ul style="list-style-type: none"> はっきりと同じと捉えることができる。 単位量当たりの大きさ(既習)との関連が明確である。
短所	<ul style="list-style-type: none"> はっきりと同じと言える根拠が明確ではない。 図にしても同じ割合なのかはっきりしない。 	<ul style="list-style-type: none"> 確率の概念が内在し、複雑である。

連続量は、大野(2010)の指摘以外にも「児童が自由に全体量を選択できる」有効性がある。様々な全体量で帰納的に調べる活動を取り入れることで、児童は試行錯誤する中で「同じ割合」を考えていくこととなる。その中で、「和や差の比較」と

「二量の関係の比較」方法が一人の児童の中で混在したり、互いの考えの比較から混在していることが焦点化されたりするよさがある。様々な数値の全体量の比較を通して割合の意味理解を深めることができると考える。

1の実践は、連続量での有効性の検証のために行うものである。具体的な指導場面については、で述べる。

2. 「異種の二量の割合」単元との系統性

割合について算数教育指導用語辞典に以下のよう記述されている。

二つの数または同種の量 A、B について、A が B の何倍であるかを表した数 P を、A の B に対する割合という。

$$A \div B = P (\text{割合})$$

一方で和田(1959)によると、割合について以下のようにも述べている。

割合とは、二つの量、それが同種類であろうと異種類であろうと、これを見比べるときに生まれてくる概念である。

以上の記述からも、異種の二量の割合についても同じく割合概念を使い考える場と捉え、異種の二量の割合単元と、同種の二量の割合単元との系統的な指導が必要である。現行の学習指導要領においても6学年で扱われていた異種の二量の割合が5学年に移行し、多くの教科書で割合単元の前に取り扱われている。杉山(2009)も異種の二量の割合と同種の二量の割合単元の関係性について同様の指摘をしている。

二量の関係で比較する初めての場が「異種の二量の割合」単元である。「和や差による比較」は、低学年の例えば「どちらが多い」の段階から様々な解決過程で行われてきている。「和や差の考え方をういた比較」と「二量の割合を用いた比較」を対立的に授業場面に位置付ける。今まで既習の比べ方との違いを明確にし、和や差による比較による矛盾を浮き彫りにすることで、「二種の関係の比較」の有用性を実感し、割合概念の素地指導の場とする。また、割合単元の導入時にも「和や差の比較」と「二量の関係の比較」を対立的にもう一度授業場面に位置付ける。そうすることで、割合

による見比べる方法の意味理解を図ることができると考える。そして、最終的に比の単元において「和や差の比較」と「二量の関係の比較」の再考場面を位置付けることで系統的な割合の意味理解を図ることができる。


具体的な指導場面については、2で述べる。

指導の実際とその効果

1. 5学年「百分率とグラフ」(10単元目)

(資料1、2)

- ・「最高級のロングチョコ棒をつくらう」を出題。
- ・最高級 = 割合(チョコと全体のバランスがちょうどよいこと)と定義する。
- ・基準となるチョコ棒を以下のように提示する。

 (白 = ビスケット、黒 = チョコ)
全体が 10 cm、チョコが 8 cm

(1)ねらい

全体の長さを自由に選択し、多種の全体量の場合を吟味することで割合の意味理解を深めることができる。

(2)授業の内容

児童それぞれが生活経験からイメージされるチョコ棒、チョコとビスケットがちょうどいいバランスを評判の良いチョコ棒と定義し、「最高級」であると位置付けた。最高級のチョコ棒をもっと長くして同じチョコ棒を作ることが本時の課題である。

児童は、評判のチョコ棒と児童自身で選択した全体量を比較し、どのような方法で考えることができるのかを検討する姿が見られた。全体量を伸ばす時、チョコとビスケットの関係に着目する必要があり、その関係が「和や差での比較」と「割合の比較」の二つが児童に内在していた。

比較の方法の違いは、全体量を自由に選択することができる状況を意図的に設定しているため、

帰納的に様々なチョコ棒を検討することで割合の比較を考える姿が見られた。

また、自力解決の中では以下のような発言が認められた。

- ・ 最高級にするためには、うまくわけるとよい。
- ・ たくさん作ってみると最高級と最高級じゃないのがわかる。
- ・ (和の考えは)なんだかバランスが崩れそう。

実際の指導際の児童の反応は、「和や差の比較」の反応が、全体の35%(10名)、「二量の関係の比較」の反応が、全体の40%(11名)であった。

「和や差の比較」の反応事例は、全体量の伸ばした長さをチョコとビスケットに均等に分割するという考え方である。

一方、「二量の関係の比較」の事例は以下の三つである。

全体量の伸ばした長さを「8と2」の同じように分割する。
二量(全体とチョコ)を比例関係でそれぞれ2倍、3倍とする。
全体の4/5がチョコで占めていると考える。

「和や差の比較」と「二量の関係の比較」を対立的に取り上げ、互いの考えを議論する。議論を通して、「和や差の比較」を様々な全体量の場合を帰納的に調べるとバランスがくずれていくことを認めることができた。バランスの良さ、つまり、割合的な見方の必要性を獲得していくことができた考えることができる。

本実践は、全体量を児童自身が選択し、帰納的に「和や差での比較」妥当性を吟味することで、割合の意味理解を深めることができた。

2.5学年「単位量あたりの大きさ」(7単元目)

- ・ 「畳の数」と「人数」から「どちらが混んでいるか。」を出題。
- ・ 二量の差をすべて同じになるように設定し「差での比較」と「二量の関係」の比較を

対立的に扱い、割合の意味の素地指導を図る。

	畳の数	人数
A	10畳	8人
B	8畳	6人

実際の指導場面では、AとBの混み具合が「同じである。」という反応が全体の32%(9名)、「Aの方が混んでいる。」という反応は、53%(15名)であった。「差の比較」つまり、畳の差も人数の差も2で同じという考えや畳と人数の差が2で同じと考える児童に対して、「二量の関係で比較」しないことによる矛盾点を段階的に浮き彫りにしていくことで割合の素地指導を行うことができた。「差の比較」の2畳が余っていて同じという考えに対して、「余りも均等に分けるということ」や「二量を比例関係でどちらかの値をそろえること」及び「1当たりの大きさを比較すること」で、矛盾点を指摘することができた。

低学年より積み重ねてきた「和や差での比較」と「二量の関係の比較」を意図的に対立的に提示し、互いの考えを吟味することで有効な割合の意味理解の素地指導となることができた。

本研究のまとめ

本研究は、割合の指導の困難性を解決する手立てとして「割合単元における連続量による導入」と「異種の二量の比較の単元との系統を明確にする」を二つの仮説とし、進めたものである。

割合の意味理解における本学級の到達度について、平成20~22年度全国学力・学習状況調査の出題を平成24年7月に行った。結果は以下の通りである。

問題番号	全国の正答率	本学級の正答率
H20A9(2)	55.1%	89.2%(28名中25名)
H21A7	57.1%	89.2%(28名中25名)
H22A9(1)	57.8%	89.2%(28名中25名)

いずれの年度においても、全国の正答率を大きく上回っている。特に、平成 22 年度の「じゃがいも畑の面積 40 m^2 が、学校の畑の面積の 50 m^2 のどれだけの割合にあたるかを書く」出題においては、 $(\text{比較量}) \div (\text{全体量})$ で考えた児童が、32%(9 名)であった。それに対して、全体量を 50 m^2 から 100 m^2 に置き換えて考えた児童が 50% を超える結果となった。この結果からも連続量の導入教材として扱うことによって、全体量を選択的に考えた経験が活かされ、割合の意味理解が深まったとも考えられる。

また、「和や差での比較」と「二量の関係の比較」を意図的に対立的に提示する指導を異種の二量の割合、同種の二量の割合、比と 3 単元を系統的に位置付けた。その結果、5 学年での 2 単元においては、35% 前後の児童が「和や差での比較」で考えた。それに対し、6 学年の比の単元では、全体の 10% 以下にまで「和や差での比較」で考えた児童が減少している。既習である割合の見方を使った発言が多く認められ、学級全体で解決へ向かうことができた。

・今後の課題

本研究では、第 5 学年を対象に研究を行なった。大野(2010)の先行実践をもとに連続量の有効性についてと「異種の二量の割合」単元との系統性について検証を行った。

の問題でも指摘したように「割合」の指導の困難性は明確である。しかし、「割合」の意味理解を深めるためには、5 年生以前の素地指導も大切であると考えている。割合と見る見方を第 5 学年だけに留まらず、6 年間の系統性を整理し、高学年における指導の困難性の解決の検証を今後の研究課題としてさらにすすめていきたい。そのためには、個人研究を基盤としながら、「割合の素地指導のあり方」について、学年部会や月例会といった北海道算数数学教育会小学校部会と連携した系統的な研究を進めていきたいと考えている。

参考文献

- 小学校学習指導要領解説 算数編
東京書籍 「平成 23 年度 新しい算数」内容解説資料
中村享史(2002) 「割合に関する研究の動向と今後の方向性」
文部科学省 全国学力・学習状況調査(平成 20~22 年度)
杉山吉茂(2008) 初等科数学科教育序説 東洋館出版社
和田義信(1959) 小学校学習指導要領の展開 算数編
明治図書(2010.5) 楽しい算数の授業
和田義信(1959) 算数科指導の科学
日本数学教育学会編著(2009) 算数数学指導用語辞典 教育出版
杉山吉茂(2008) 「わり算は包含徐 割合の素地として」