

# 『比例と反比例』

児童 : 6年3組 男子14名 女子14名 計28名 指導者: 村井 光

## 1. 単元の目標 (評価規準)

- 【 関心・意欲・態度 】・比例の関係に着目する良さに気付き、比例の関係を生活や学習に活用しようとする。
- 【 数学的な考え方 】・比例の関係を表や式、グラフに表し、特徴を一般化してとらえ、身の回りから比例の関係にある2つの数量を見出して問題の解決に活用している。
- 【 技能 】・比例や反比例の関係にある2つの数量の関係を式、表やグラフに表すことができる。
- 【 知識・理解 】・比例や反比例の意味や性質、表やグラフの特徴について理解している。

## 2. 視点1

### (1) 『願いがかなう教材化』について

本単元では、小学校でこれまでに指導してきた数量関係についての見方をまとめるために、伴って変わる2つの数量の中から、比例と反比例の関係にあるものを取り上げて考察し、関数の考えを伸ばすことをねらいとしている。したがって、伴って変わる2つの数量関係について、式、図、グラフ、計算など、今までの既習を十分に生かしながら様々な見方で関数を深められるように学ぶことが大切となってくる。

子どもたちは、H24年度の学力調査の結果から考えると基礎問題応用問題共に全国よりもわずかに高い平均となっている。このことから、決して学力の低い子どもたちではないが、日常の実践から考えると、数学的な考え方が十分ではなく、問題→答えへの直線的な思考の子どもが多い。また、楽しさを感じられない子どももいることから、「できた！わかった！」「見えた！発見した！」といった声が多く出ることを目指して授業を考え、その授業の展開の中にいかに自分の考えを説明させていくかということに楽しさを見出す必要がある。また、子どもがもつ疑問や迷い、「やっでは見たけど自信がない」といった内容から問いを生みだし、その子たちの声によって授業が動くといった機会を増やし、分からないものをみんなで分かるようにする喜びや楽しさを実感できるように単元構成と一つ一つの授業の中で工夫していくことが求められる。

単元構成では、既習を生かした考え方や方法の重視、分類の根拠の明確化を通して、比例と反比例を比較し、理解を深めていきたい。そこで、導入では、身の回りにあるもので「片方が増えると、片方も増えるもの」「片方が増えると、片方は減るもの」を探し、どんなものがあるか話し合いをさせる。この中に意図的に比例や反比例のものも含めて、今後の学習の軸としていきたいと考えた。こうして学習に見通しをもたせることで、増え方や2数の関係に目を向けていく見通しをもたせ、願いを生みたいと考えた。

「増えると増える」ものでは、水を入れる時間と水の量について、比例のイメージをもたせる。2数の値を表で確認し、表から見えるきまりを比例の定義、性質、式、グラフとつなげて理解していけるようにする。比例の性質を利用して問題を解き、学習を深めた後、再び「増えると増える」グループを見直し、比例の関係になっているものはあるかを探して理解を深めたい。また、比例を学習して身の回りに比例の関係があったかも改めて問い返すようにする。

「増えると減る」ものでは、面積18 cm<sup>2</sup>の長方形の縦の長さとの横の長さの関係について焦点化し学習する。比例での学習を生かして、表の見方、グラフの先はどうなるかなどについて理解を深めていきたい。例えば比例同様に表を縦や横で見るときまりが見つかること、グラフでは、比例の時に、「点と点の間もつながっている！」「0を通る！」といったことを共有し、反比例と比べて考えるようにしたい。反比例の学習でも、「増えると減る」グループにもどり、反比例の視点で捉え直しをさせることで、理解を深めたい。

以上のように、比較して考えることと、どうなっているか追究したいという思いを大切に学習を進めるように単元構成を考えることで、願うがかなう教材化に迫ることができると考えた。

(2) 単元指導計画 (20時間扱い)

	知をつなぐ単元構成	評価基準
1	身の回りにある2つの数量で、片方が増えるともう片方が増えたり減ったりするものをさがそう。	
2	片方が増えるともう片方も増えるグループ、片方が増えるともう片方は減るグループに仲間分けしよう。	
	仲間に分けることができた。改めて考えてみるとたくさんあった。	
3	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
4	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
5	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
6	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
7	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
8	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
9	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
10	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
11	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
12	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
13	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
14	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
15	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
16	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
17	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
18	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
19	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	
20	G1「増えると増える」の、水の量と時間の関係について実験をして詳しく調べてみよう。	

1グループ「増えると増える」  
2グループ「増えると減る」

願い： 比例しているのかどうか、詳しく調べてみたい。  
これは比例してる？ 表を使ってみよう。 同じ量ずつ増える。

比例の関係を x、y を使って式に表してみよう。 この先も分かる！

比例の式は、 $y = \text{決まった数} \times x$  で表すことができる。

比例する二つの数量の関係には、どんな性質があるか調べよう。

比例の関係は、小数倍も分数倍も整数と同じように等倍になる！

比例の関係をグラフに表してみよう。 直線になりそう！

点と点の間はどうなるかな。 一番最初はどこを通るかな。

比例のグラフは直線になり、0の点を通る。

1グループ「増えると増える」中から、比例のものがあるか探そう。

増えると増えるグループには、比例ではないものもある！

・練習問題 ・比例の性質を利用した問題

願い： 増えると減るグループについても詳しく調べたいな！

2グループ「増えると減る」の、18 cm<sup>2</sup>の長方形の縦と横の長さの関係について調べよう。

表にしてみよう。 やっぱり比例ではない。 減り方に決まりがある！

縦と横をかけたらず18。 きまりを使えば縦の長さ4 cm、5 cmの時の横の長さもわかる！

比例の逆みたい！

2つの量 x、y があり、x の値が2倍、3倍、…になると、それともなって y の値が1/2倍、1/3倍、…になる⇒「y は x に反比例する」という。

反比例の式は、 $y = \text{決まった数} \div x$  で表すことができる。

18 cm<sup>2</sup>の長方形の縦と横の長さの関係をグラフにしてみよう。 比例とは随分違うぞ。

点と点の間はどうなるかな。 一番はじめはどうなるかな。 何か曲がってるぞ。

反比例のグラフは比例とはちがって、曲線になる！ 0は絶対通らない！

2グループ「増えると減る」中から、反比例のものがあるか調べよう。

増えると減るグループには、反比例ではないものもある！

・練習問題

関比例の関係に興味をもち、その関係を式に表そうとしている。  
四つのカ- I  
関比例の関係を式に表すことができる。

知 y が x に比例するとき、x の値が小数倍、分数倍になると、それに伴って y の値も同じ小数倍、分数倍になることを理解している。

関比例の関係をグラフに表したり、グラフから読み取ったりすることができる。  
四つのカ- III  
知比例のグラフは原点をとる直線になることを理解している。

関比例の関係を表やしき、グラフに表し、特徴を一般化してとらえ、身の回りから比例の関係にある二つの数量を見いだして問題の解決に活用することができる。

四つのカ- III  
関2つの量のかわり方に興味をもち、表を使ってその関係を調べようとしている。

知反比例の意味を理解している。

関反比例する2つの量の関係について、比例の関係をもとに、表などを用いて調べている。

四つのカ- II  
知 y が x に反比例するとき、x の値が1/2倍、1/3倍、…になると、それに伴って y の値は2倍、3倍、…になることを理解している。  
四つのカ- IV

### (3) 本単元で目指す子どもの姿

<b>問題を見付け追究する力 (I)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>・身の回りのある2つの数量の関係についてどのようなものがあるかを考え、学習に対しての見通しをもつことができる。</li></ul>
<b>自ら働きかけ表現する力 (II)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>・問題に対して、既習を生かして試行錯誤しながら、解決しようとする。</li><li>・小交流や全体交流の中で、積極的に自分の考えを説明したり、友達の考えを理解しようとしたりする。</li></ul>
<b>必要な情報を整理する力 (III)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>・比例や反比例の関係を図やグラフに表して整理することができる。</li><li>・2つの数量の関係について、「増えると増える」「増えると減る」関係、さらに比例や反比例というものもあると整理しながら、学ぶことができる。</li></ul>
<b>自分を見つめる力 (IV)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>・比例、反比例の学習を通して、改めて生活場面にある比例、反比例関係のものを見付けようとするができる。</li></ul>

## 3. 視点2

### (1) 『集団を機能させる教師のかかわり』について

反比例の特徴を表などを使って発見し、2つの伴って変化する数量についての見方を深める中で、比例に対する見方も深めていくために、算数部で設定している4つの場で次のようなことを目指していきたいと考えた。

『問題の提示』の場では、面積が18 cm<sup>2</sup>の長方形の縦と横の長さを調べることを提示し、既習の比例と同じように「増えると増える」のかどうか、2数の関係を大きく捉えたり、比例の特徴を振り返ったりする時間をとる。関係を調べるには表を作ればできそうだという見通しや、どのような長方形が考えられるか、実際に作った長方形を見せて見通しをもたせ、自力解決への意欲を引き出すようにかかわりたい。

『自力解決』の場では、どんな長方形が作れるか考え、表に表していく。机間指導では、①  $x = 1$  から順番に考えて、作っているか。うまく出ない数字は飛ばして考えているか、②ただ表に表すのではなく、表から、関係を見ているか、③表を縦に見ているのか、横に見ているのか、という3つの子どもの状況を予想し、それぞれの児童に対して声かけをしていく。特に②、③の子の取組に対し「なるほど、この表からこんな事が見えるんだね。」「あ！表の見方が面白いねえ。」といった声かけをし、全体に視点の共有を投げかけたい。また、自力解決で手が動いているかどうか全体の様子を見て、その割合に応じて全体交流の場を一度作り、表の作り方を共有することも視野に入れておく。

『全体交流』の場では、まずは表の数字を確認していく。表がある程度うまったところで、「何か表を見て気付いたことはないか」を問う。もしくは、表を板書していく中で、数値は簡単にいせるといった声があれば、「どうして簡単にいせるの？何かきまりでもあるの？」と問いかけ、表から何か特徴はあるのだろうかと問題意識をもたせた。この全体交流を通して、表から特ちょうを見付けることができれば、他の長方形の数値も簡単に考えることができるといったよさ、比例と同じように式や特徴があることを共有し、反比例として黒板にまとめていく。同時に比例の時と比較し、その違いをまとめていく。

『問い返し・振り返り』の場では、「 $x = 10$ や、 $x = 12$ の時の  $y$  の値を、すぐに出せるかな？」と問うことで、反比例の性質や定義を利用して表を見ると、はじめは出しづらいと感じていた数値が出せるということに気付かせたい。表の見方を値を出すことで確認し、反比例についての理解をより深め定着させるようにする、また、本時の学習をふり振り返り、授業を通して深まったこと、自分や友達のどのような考えで明らかになったこと、面白かった所など、ノートにまとめ学びの足跡として残す。

## (2) 本時案 (17/20時間)

### ①本時の目標

◎反比例の関係を表にして特徴を見付ける活動を通して、反比例の性質を理解し、比例との違いについて見方を深めるようになる。

### ②本時の展開

知をつなぐ学習展開

教師のかかわり

#### 【前時まで】

子どもたちは「増えると増える」関係のものの中から、比例について表・式・グラフに表し性質などを学び、利用して問題を解いてきた。「増えると減る」関係のものにふれるのは今回が初めてである。

面積が18cm<sup>2</sup>の長方形の縦と横の長さの関係を調べよう。

どんな関係かな

表を使おうかな

グラフを使えばいいかな

どんな形があるだろう。

縦と横の関係を表に表してみよう。

### 表に表すと…

縦の長さ(x)	1	2	3	4	5	6	9	18
横の長さ(y)	18	9	6	4.5	3.6	3	2	1

表が作れたよ!

増えると減ってる!

きまりがあるよ

比例とはちがう。

この関係にも特ちょうがあるのかな?

#### 表を横に見て

縦の長さ(x)	1	2	3	4	5	6	9	18
横の長さ(y)	18	9	6	4.5	3.6	3	2	1

$x \times 2$  →  $x \times 3$   
 $x \times 1/2$  ←  $x \times 1/3$

xが2倍、3倍、…となると、yはそれに伴って1/2倍、1/3倍、…となっている!

#### 反対から矢印を出すと

#### 途中からでも

縦の長さ(x)	1	2	3	4	5	6	9	18
横の長さ(y)	18	9	6	4.5	3.6	3	2	1

$x \times 1/3$  ←  $x \times 1/2$  →  $x \times 2$   
 $x \times 2$  ←  $x \times 3$  →  $x \times 1/2$

逆から見ても同じことが言える!

1からじゃなくても反比例になっている!

#### 問題の提示

「増えると増える」関係の比例について学んできたことを質問することで、比例の特徴を振りかえる。

#### 自力解決

関係を調べるためには表を作るとよいことを確認し、作れる長方形の数字を入れて表を作る。割り切れない場合は飛ばすように声をかける。表から気付くことをノートに記入していく。

#### 全体交流

比例と比べてみると何か違いがあるかを問うことから、反比例の特ちょうについて交流する。表をどのように見ると特ちょうが分かるか、言葉と表をつなげながらまとめていく。反比例の言葉の定義や、式など必要なことを板書にまとめていく。

#### 表を縦に見て

縦の長さ(x)	1	2	3	4	5	6	9	18
横の長さ(y)	18	9	6	4.5	3.6	3	2	1

$\div 18$  ←  $\times 18$

どこから見ても、上から下に見ると $\times 18$ だ!

$x \times y = 18$   
yを求める式にすると、  
 $y = 18 \div x$   
関係を式に表せた。

比例の時は、  
 $y = \text{決まった数} \times x$   
だけど、今回は割り算だ。

増えると減る関係の中には、反比例という関係がある。比例とは特ちょうがちがう。

x=10や、x=12の時のyの値を、すぐに出せるかな?

縦の長さ(x)	1	2	3	4	5	6	10	12	18
横の長さ(y)	18	9	6	4.5	3.6	3	1.8	1.5	1

$x \times 10$  →  $x \times 2$  →  $x \times 2$   
 $x \times 1/10$  ←  $x \times 1/2$  ←  $x \times 1/2$

反比例の特ちょうを使えば、簡単にyの値が出せるよ!

#### 問い返し・振り返し

問い返しの問題を提示することで、反比例の特ちょうを利用して値が求められることを確かめ、反比例についての理解を深める。