

第 6 学 年 学 習 指 導 案

1. 主題のおさえ

子どもの「生き生きと学習にとりくむ」態度を育成するということは、「自ら考える」、「すすんで考える」ことを基盤として「自ら考える力を養い、創造的な問題解決力と態度を育成する」と考えられる。

算数の学習は、単に計算ができるようになるとか、算数の知識を身につけるということにねらいがあるのではない。技能や知識などを駆使して、新しい課題に対処しようとする見方や考え方を育てるところに大きなねらいがあるといえる。したがって、算数の学習で問題解決力を育てるためには、子ども一人ひとりが学習課題に対して主体的に働きかけ、既習の知識・技能を土台とし、子ども自らの学習を通して新しい知識や態度を身につけていけるような指導をすることが大切であろう。これは正解を求めることを主とする算数から、思考の過程を大切にし、思考の深まりを大切にする算数をめざすものであり、「どれだけ知ったか」という解決の結果よりも「どのようにして知ったか」という解決の過程を重視するものである。

高学年になると生活経験も大分豊かになり、算数の概念も多く学習してきており、新しい概念も創り出すことができるようになってきている。更に、すじ道をたてて考え、それを説明したり、聞いたりすることができるようになるなど、論理的な考察ができるようになってきている。新しい場面においても、既習事項を生かしながら自分なりの考えをもって取り組んだりすることもできるようになっているものの、まだ、思考の内容面で多様な考え方をするには硬さがあるということもできよう。

このような発達段階をふまえ、望ましい子ども像を次のようにとらえた。

- 観点を変えてみたり、いろいろな方法を使って論理的で柔軟な思考ができる子。
- 互いに友達の考えを認め合いながら、共に練り合い高め合う子。
- 自分の力で解決していこうとする子。
- 基礎的な知識や技能を身につけた子。

2. 授業観

主題でめざしている子ども像を育てるには、授業はいったいどのようであればならないのであろうか。児童自身が自分の考えを十分出し、わかる喜びや楽しさ、感動を生み出すような授業の展開こそ必要であり、このような、児童の側に立った授業の中でこそ問題解決力は育っていくのではないだろうか。したがって、既習事項を使って本時の課題をなんとか解決できないかと考え、判断力・創造力を養うような授業を展開しなければならないということから、次のような授業像を考えた。

○ 課題をしっかりとらえ、見通しをもてる授業

授業を問題解決の場とするのには、まず、問題設定の場で子どもに興味をもたせ、学習意欲を起こさせる課題の検討が必要であろう。学習課題を自分のものとして意識しなければ解決の意欲や思考は次元の低いものになってしまう。子どもの発達段階をふまえ教師と共に子どもがつくる課題でありたい。

更に、解決するときに役立つ中心になる考えを見出し、「この考えは使えないか」と課題を具体化していくことが解決の見通しを持つことと考える。

○ 多様な見方・考えから、練り合いを大切にする授業

ものごとを筋道立てて考えたり、多様な見方・考え方を育てるためにも、子どもが主体的に活動する授業でありたい。一人ひとりの子どもが考えをもった後、より一般的なものへと高めていくために、発表しあい、考えをぶつけ合うのは練り合っていく場である。この場での話し合いを活発にさせるには、一人ひとりの子どもが自分なりの考えをもっていることが大切である。考えの浅い子には、教師の助言を与えたり、小集団による活動によって考えを深めるようにしたい。

自分の考えを発表し、他の子どもの考えを聞き、比べていく中で、より数学的に高いものに練り合っていく授業でありたい。

3. 題材名 「場合の数」

児童 函館市立昭和小学校 6年4組

男15名 女22名 計37名

指導者 大堂 譲

4. 教材の構成

(1) 教材について

「場合の数」の学習内容は、次の二つに大別される。一つは、「順列」であり、もう一つは、「組み合わせ」である。学習の内容をみると4年生で学習して「分類整理」の発展である。

この教材では、起こりうるすべての場合を適切な観点から分類整理して、順序よく列挙することができるようにすることをねらっている。重要なことは、順列や組み合わせについての場合の数を求める方法を指導するのではなく、具体的な事象に即して、落ちや重なりがないように、分類整理して順序よく列挙することができるようにすることである。

したがって、取り上げることがらも身近にある簡単なものを学習の素材としたい。

① 起こりうる場合の調べ方について

起こりうる場合を考察させたり、調べさせたりするときに形式的に「順列や組み合わせ」の考え方を指導することは避けたい。

起こりうる場合は、一見複雑であるが、特定のものに着目したり、または、特定のものを固定して他を変化させて調べると整然と調べ上げることができる。このことを作業を通しながら考えさせつかませること。また、組織的に考察する方法を学びとらせたい。

例えば、「4人の子どもたちが、毎日走る順序を変えてリレーの練習をすると何日かかるか」という問題を考えるとき、子どもたちは、最初は試行錯誤に、いわゆる「思いつき」で取りくむと考えられる。しかし、それでは、落ちや重なりが起こるかもしれないから、確実に調べられるという保証はない。

そこで、一度にたくさん変えないで、一度に1つだけ変えるようなしくみを考える。それには、特定のものだけを固定して、その条件のもとで変化させていくことになる。具体的に調べていくとき、4人をA、B、C、Dの記号で表して考えることにする。

今、A、B、Cの3つについて順序を決める場合であったとしたら、1つを固定するだけで他は変化させるほうにもっていける。

Aを固定すると $(A) \cdot B \cdot C \cdot (A) \cdot C \cdot B$

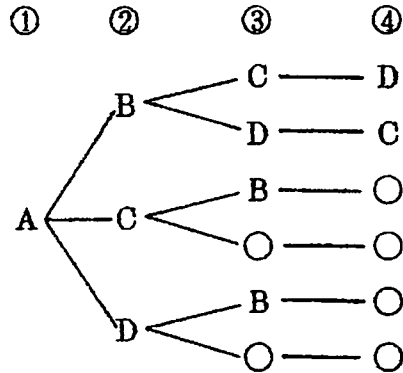
Bを固定すると $(B) \cdot A \cdot C \cdot (B) \cdot C \cdot A$

Cを固定すると $(C) \cdot A \cdot B \cdot (C) \cdot B \cdot A$

しかし、A・B・C・Dの4つについて順序を決める場合は、固定する操作が2段になる。すなわち、Aを固定すると、B・C・Dが変化する要

素になる。そこで、B・C・DのうちBを固定すれば、CとDだけの変化になるという手順をふむのである。つまり、Aの固定が第一の前提で、Bの固定は変化を導くための第二の前提、CとDは選択肢の役割をになうことになる。

教科書には、下記のような樹形図がある。



樹形図では、縦に見て①の列が、第一の前提、②の列が第二の前提となる。②の第二の前提は、当然、第一前提の条件下にあるから、第一の前提で使われた要素以上の要素が公平に選ばれるはずである。

③の列は、第三の前提としてよいが、残りの要素が2つしかないので、③、④の列は二者択一として処理される。樹形図をこのように用いるのはこの教材がはじめてである。

この順序の決め方で、落ちや重なりがないことを確かめるにあたっては

ア 落ちがないこと

イ 重なりがないこと

の両面から検討する必要がある。

そこで、アについては、第一の前提で、A、B、C、Dをとれば落ちはない。第二の前提で、それぞれの場合に関して残りの3つをとるようにすれば落ちはない。イについては、第一の前提が異なれば、それ以降どのような組み合わせをもってきても同じものはつくりえない。同じように、第二の前提が異なれば、それ以降どのような配列をもってきても、同じものはつくりえないから、重なりはない。

この考え方はかなり抽象的なので、表や樹形図の助けをかりて考えさせることが必要である。

② 可能なすべての場合をつくすことについて

メダルを3回投げたときの表と裏の出方を、順序を考慮に入れて、すべての場合を調べ挙げることを求める学習である。

この問題も、組織的に考えないと「すべての場合をつくしてる」という確信がもてない。

そこで、前時までに学習した有力な方法、表にする、樹形図で表すということが必要になろう。

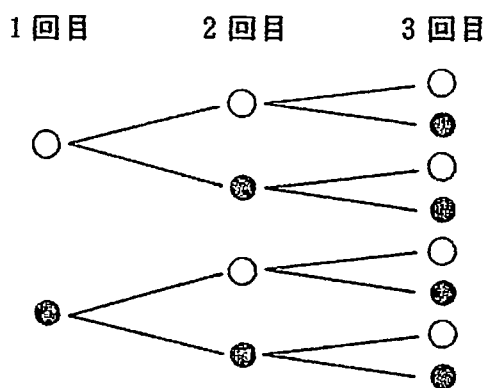
まず、表と裏を簡単な記号、あるいは絵で表す。表を○、裏は●というように。表にすると、下のようになる。

1回目	2回目	3回目
○	○	○
○	○	●
○	●	○
○	●	●

1回目を○としたとき、2回目も○、3回目も○、が考えられる。以下1回目を○として、2回目、3回目を変化させると、1回目が○のときは4通りある。

このことから、2回目を●としたら、どんな出方があるか具体的に調べさせればよい。

組織的に考えるということをぜひ子どもたちに会得してほしいものである。樹形図を用いて表した場合、下のようになる。



1回目 ○のとき、2回目は ○か●、3回目は、2回目の○か●に対して○か●、非常に考えやすい。2回目 ●のときも同様である。

③ 順列と組み合わせのけじめについて

走る場合の順序、A-BとB-Aは同一ではない。試合のときは、A-BとB-Aは同一の取り組みである。この点の違いを正確にとらえさせることによって、問題进行处理させていきたい。

「場合の数」の学習内容を考えたとき、子どもたちに、いかに落ちや重なりがないようにするか、その方法を具体的にとらえさせることは重要な

ことである。学習内容の質的な面から考えると、どうしても抽象的にあつかいがちであるが、子どもたちの考える力を十分引き出すためには、表や図、作業を有効に利用することが必要である。

(2) 題材の目標

- ① 全部のものを並べるとき、落ちや重なりがないように調べることができる。
- ② 特定のを固定して、他を変化させる考え方と表による処理のし方ができる。
- ③ 2種類のをいくつか取って並べる場合の順列を調べることができる。
- ④ いくつかの中から2つを取る場合の組み合わせを調べることができる。
- ⑤ 2つの組み合わせを、表や図によって整理する方法を考えることができる。

(3) 児童の実態

5年生から持ち上がりの学級である。ふだんは、男女とも仲よくみんなで遊んでいる。

学習では6班編成にして、班での活動をできるだけ多く使うようにしている。班のリーダーを中心に話し合いやその他の作業も協力して行うようになってきている。発表は、全般的にするほうであるが、単発的な発表が多く、課題に対して意見を練り上げていくまでにはなっていない。

家庭学習は、ほとんどの子どもがやってくるようになり、学習の習慣化は徐々に定着しつつある。

算数の学習に対して、好きだと答えた子どもは32%、どちらでもないと答えた子どもの大多数は、好きなところもあるがきらいなところもあると答えている。

子どもたちは全体的に算数が好きであるといえる。領域別にみると、図形、数量関係の、特にグラフなどが好きである。理由は、図形・グラフなどをかくのがおもしろいとほとんどの子どもが答えている。反対に、きらいとしているのは、量と測定での求積である。理由は、公式をすぐ忘れてしまうからとしている。

全体的に、機械的に計算するというようなものへは興味を示し、取り組んでいる。しかし、文章題の立式、あるいは解決の方法を見つけていくことに

対して取り組みも消極的であり、非常に苦手である。

以上のことを十分ふまえ、ひとりひとりの子どもが常に興味・関心の持てる授業、また、わかる授業を目ざし、不十分ではあるが取り組んでいる。

(4) 指導の重点

「場合の数」の指導は“起こりうるすべての場合を適切な観点から分類整理して順序よく列挙することができる”ことをねらいとしている。

順列・組み合わせについての場合の数を求める方法を指導するのではなく、具体的な事象に即して、落ちや重なりがないように分類整理して、順序よく列挙することができるようにするものである。

以上のことをふまえ、指導の重点を次のようにおさえた。

- ① 学習の対象として、子どもの身近にあるものを準備する。
- ② 問題を具体的に理解させる方法を考える。
- ③ 子どもたちの色々なまちがいや困ったことをバネに解決の方法を見つけださせる。
- ④ 表や図などを十分活用させる。
- ⑤ 一つの方法から、他を類推する考え方を育てる。
- ⑥ 「落ち」や「重なり」の用語の意味を正確に理解させる。
- ⑦ 特定のものを固定し、他を変化させる考え方を発見させたい。
- ⑧ 落ちや重なりがないか調べることができる。
- ⑨ 樹形図については、教師が解説しながらその意味をとらえさせたい。

5. 全体計画 (7時間)

時	目 標	学 習 活 動	問題解決力
1 ・ 2 (本時 1/2)	<ul style="list-style-type: none"> ○ いくつかのものを並べるとき、落ちや重なりがないように調べることができる。 ○ 特定のものを固定しておいて、他を変化させる考え方を理解し、表や図に表すことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 1チーム4人が走る順序の決め方について考え、落ちや重なりがないように的確な方法で場合の数を調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① ③ ④ ⑥
3	<ul style="list-style-type: none"> ○ 2種類のをいくつか取って並べる場合の順列を調べる 	<ul style="list-style-type: none"> ○ メダルを3回投げるときの表、裏の出方の組 	①②③④

3	<p>ことができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 特定のものを固定しておいて他を変化させる考え方を理解し、表や図に表すことができる。 	<p>み合わせについて考える。</p>	
4 5	<ul style="list-style-type: none"> ○ いくつかのうちから2つを取る場合の組み合わせを調べることができる。 ○ 2つの組み合わせを、表や図によって整理する方法を工夫することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 4チームでサッカーをするときの試合の数について考える。 	① ② ④
6	<ul style="list-style-type: none"> ○ 学習内容の定着と習熟をはかる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ まとめの問題をする。 	① ② ⑤

6. 本時の学習展開

順序よく整理して調べることについては、4年生で“資料を落ちや重なりなく整理すること”について学習している。その発展として本時からの学習が展開されていくのであるが、本時は、順列・場合の数についての場合の数を求める方法を指導するのではない。直接、身近に起こる問題解決の場面で、観点の決め方、筋道の立った考え方にはいろいろな方法があるということ、また、それらが数学的手法によると確実にしかも能率よく処理できるということ、子供一人ひとりが理解できるようにしむけたい。

(1) 学習活動について

① つかむ

子供が自らすすんで解決しようとする学習の出発点は、「おや、おかしいな」、「どのように考えればいいのか」等の課題意識を伸ばすことであろう。そのためには、どのような素材で学習の動機づけをするのかの工夫が必要となってくる。動機づけとしては幾通りかの手法が考えられるが、その中でも、子供の経験、体験からみて身近な場面は有効であろう。それは、自分たちの問題としてとらえやすく、しかも、子供の興味・関心を高め、意欲的に取り組もうとするものだからである。そこで、本時では、運動会や体育の時間などによく行う、4人の子供によるリレーの問題によって場面設定を工夫した。

② みとおす

子供たちは、場面設定や学習課題をとらえる中で、直観的に解決の方法を探っていると考えられる。この直観的に見通すというのは、単に思いつきや勘にたよるだけではなく、既習の知識や経験の上にだって解決の見通しをもつことであろう。本時でも、最初は雑然と、無秩序に、思いつきで列挙し始めると思われるが、4年生での既習内容をもとに、「もっと整然と並べたら」という発想が出てくるのを期待したい。そして、その話し合いの中から、落ちや重なりがないように数えるにはどうしたらよいかを考えさせていきたい。

また、ここでは、起こりうるすべての場合を、落ちや重なりがないように求めるために“記号を用いて単純化する考え”を大事にしたい。一人ひとりの名前を書いたり、頭文字などを用いると時間がかかったり、混乱することから、 $A \cdot B \cdots$ などの記号を用いて抽象化する必要性を体得させていきたい。

③ たしかめる

この段階では、落ちや重なりがないように整理する方法を練り上げ、実際にたしかめていく場である。組み合わせも、あれもこれもいっぺんに変えてしまわないで、一度にひとつだけ変えるようなしくみを考える。それには特定のものだけを固定し、その条件のもとで変化させていくとよいことに気づかせたい。この考え方はかなり抽象的なものであるが、更にAを固定した場合と同様、 $B \cdot C \cdot D$ を固定しても同様に考えていけることは容易に理解されるであろう。

なお、この順序の決め方にあたっては、落ちがないこと、重なりのないことの両面からの見届けが必要であろう。また、ここでは、起こりうるすべての場合を、落ちや重なりがないように求めるために“表に表わして整理すること”を大事にしたい。

「～だから～だろう」という見方、考え方は解決していく上で欠くことのできないものである。根拠を明らかにすることによって、子供らしいアイデアを大切にしていきたい。

④ まとめる

この段階は、提示された問題をもとに、自分たちで作った学習課題に対し、見通し、たしかめたことを自分たちでまとめる段階である。

わかりやすく調べる方法として、先頭を決めて順序を考えるとよいこと

をたしかめたが、学習をすすめる中で扱ってきた内容でもある。落ちや重なりがないように求めるために、

- ・記号化して単純化する考え
- ・表を用いて整理する考え

についてもふれる必要があるだろう。

⑤ ひろげる

この段階では、まとめた結果をふり返ってより確かな理解をはかろうとする場である。自分たちでまとめたことを互いに確認し、Cが先頭の場合、Dが先頭の場合についても考え、次の時間はもっと簡単に表す方法はないか考えようという意欲づけをする場ともなる。

(2) 評価

本時の評価は、学習過程によって、次のようなみとりをしていきたい。特に評価の重点として次のことを考えている。

- 落ちや重なりがないように記号化すると便利だということに気づいたか。
- 落ちや重なりがないように表にまとめるとわかりやすいことに気づいたか。
- 落ちや重なりがないように先頭を決めて順序を考えればよいことに気づいたか。

過程	学 習 活 動	評 価 の 視 点
つかむ	◦4人の子供がリレーをするとき、その組み合わせは何通りあるか調べる方法について学習することがわかったか。	◦問題の構造をとらえることができたか。
みとおす	◦組み合わせを列挙する中で、整理して並べるとよいことに気づいたか。 ◦考えを練り上げていく中で、記号化するとよいことに気づいたか。	◦どのように解くか、解決の方法を考えることができたか。
たしかめる	◦先頭を決めて順序を考えるとよいことに気づいたか。 ◦表にまとめるとわかりやすいことに気づいたか。 ◦Aを先頭にした時の組み合わせがわかったか。 ◦Bが先頭の時も、Aが先頭の時と同様	◦いろいろな考え方をしたか。 ◦自分の解決の仕方を筋道だてて説明できたか。

	に考えたか。	
めま ると	◦わかりやすく調べる方法をまとめることができたか。	◦わかったことをまとめることができたか。
ひ ろ げ る	◦C・Dが先頭の時も、Aが先頭の時と同様に考えたか。 ◦落ちや重なりがないように、もっと簡単でわかりやすいものを考えていこうとする新しい意欲をもったか。	◦同じ種類の問題を解くことができたか。

7. 本時の指導

(1) 本時の目標

4人の走る順序を決める場合、先頭を決めて順序を考えることができる。

(2) 本時の展開

過程	教師の働きかけ	児童の活動	指導上の留意点
つ か む	<ul style="list-style-type: none"> ◦リレーの選手4名を選ばせる。 ◦問題を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>リレーで4人が1つのチームをつくって走ります。4人の順序を毎日かえて、落ちや重なりがないように練習すると何日かかるか調べるには、どうすればよいでしょうか。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ◦4名を前に出させ、実際に並べさせる。 ◦課題を考えさせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>何日かかるかわかりやすく調べる方法を考える。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ◦4名を選ぶ。 ◦いくつかの並び方を発表する。 ◦課題をつくる。 	<ul style="list-style-type: none"> ◦1つの並び方が1日分であることをおさえる。
み と お す	<ul style="list-style-type: none"> ◦わかりやすく調べる方法を予想させる。 ◦毎日の順序をカードに書かせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ◦自由な考えで予想する。 ◦カードに書く。 	<ul style="list-style-type: none"> ◦自由な方法で考えさせる。 ◦記号化の便利さに気づかせたい。 ◦机間巡視により、落ち、重な

み と お す	<ul style="list-style-type: none"> ○ どういう考え方で順序を決めたか発表させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 自分の考えを発表する。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 落ちがある考え方 ・ 重なりがある考え方 ・ 整理されている考え方 	<ul style="list-style-type: none"> り、整理された考えを確認しておく ○ カードに書いた順序を大切に する。
た し か め る	<ul style="list-style-type: none"> ○ わかりやすく調べる方法を班で話し合わせる。 ○ 班ごとに発表させる。 ○ Aが先頭のときの順序が何通りか考えさせる。 ○ B.C.Dが先頭のときについて考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 班で話し合う。 ○ 班の代表が発表する。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 先頭を決めるとよい。 ・ 先頭を決め、二走、三走を決める。 ・ わからない。 ○ Aを先頭にした場合について考えてカードに書く。 ○ 先頭を決めたら、二走三走、四走を決める。 ○ 全部で6通りあることに気づく。 ○ それぞれ6通りあることに気づく。 ○ 先頭を決めれば、二走以下も同じ決め方をするとよいことに気づく。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ B.C.Dは個人で考えさせる。
ま と め る	<ul style="list-style-type: none"> ○ 全部の場合について考えさせる。 ○ まとめさせる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">先頭を決めて、順序よく考えればよい。</div>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 24通りあるので24日かかることがわかる。 ○ わかったことをまとめる。 	
ひ ろ げ る	<ul style="list-style-type: none"> ○ より整理しやすいものはないか考えさせる。 ○ 次時予告 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 樹形図による整理のしかたを知る。 	